



Blatt 4

Aufgabe 17

Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_1 = 2014, \quad a_{n+1} = \max\{0, a_n - 4\}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Bestimmen Sie (mit Beweis) den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Aufgabe 18

Prüfen Sie, ob die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definiert durch

$$b_n = \frac{1 + 5^n}{1 + 5^n + (-5)^n}$$

- (a) einen Häufungspunkt hat.
- (b) beschränkt ist.
- (c) konvergent ist.

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 19

Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und beweisen Sie Ihre Antwort:

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n5^n}$
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$
- (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^{n-1}}$
- (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n + b^n}$ mit $0 < b < 1 < a$
- (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2014}\sqrt{n+611}}$

Aufgabe 20

Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$