



Blatt 2

Aufgabe 6

Lina sagt zu ihrer Schwester Ana: „Wenn du mir zwei Jahre von deinem Alter abgibst, dann bin ich doppelt so alt wie du.“ Darauf erwidert Ana: „Wenn ich dir drei Jahre abgebe, dann bist du sogar dreimal so alt wie ich.“ Wie alt sind Lina und Ana?

Aufgabe 7

Beweisen Sie: Wir erhalten alle Lösungen eines inhomogenen linearen Gleichungssystems, indem wir zu einer speziellen Lösung dieses Systems alle Lösungen des zugehörigen homogenen System addieren.

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems gegeben durch

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 22 \\ 6 & 7 & 8 & 40 \end{array} \right).$$

Verifizieren Sie, dass Ihre Lösungsmenge von der Form wie in Aufgabe 7 beschrieben ist.

Aufgabe 9

Finden Sie Zahlen a, b und c , die die folgenden Gleichungen erfüllen

$$\begin{aligned} 2c &= a + 2 + b \\ a + 3b &= 4 - 2c \\ 2a + 5b &= 1. \end{aligned}$$

Aufgabe 10

Es bezeichne $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ die multiplikative Gruppe der Restklassen bezüglich der Division durch 7.

- (a) Geben Sie für jedes Element das inverse Element an.
- (b) Zeigen Sie, dass das Inverse zu einem Element einer Gruppe eindeutig ist.
- (c) Ist die Gruppe $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ abelsch? Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 11

Beweisen Sie unter Benutzung der Restklassenarithmetik: Eine Zahl ist genau dann durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.