Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2014
Dr. D.K. Huynh

Blatt 6

Aufgabe 25
Bestimmen Sie die Inverse, falls sie existiert, zu den folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 26
Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ mit $ad - bc \neq 0$.

(a) Zeigen Sie

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

(b) Eine Matrix heißt selbstinvers, falls $A^{-1} = A$ gilt. Bestimmen Sie alle selbstinversen Matrizen $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

(c) Bilden die selbstinversen Matrizen $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ bezüglich der Matrizenmultiplikation eine Gruppe? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 27
Es seien

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \text{ und } \mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

Basen des $\mathbb{R}^3$.

(a) Es sei $v \in \mathbb{R}^3$ mit Koordinatenvektor

$$v_{\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $\mathcal{A}$. Welche Koordinaten hat v bezüglich der Basis $\mathcal{B}$?

(b) Es sei $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit darstellender Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasen. Wie lautet die darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\varphi)$ bezüglich der Basen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$?