Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2014
Dr. D.K. Huynh

Blatt 7

Aufgabe 28

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen mit Einträgen in $\mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 7 & 10 & 3 & 17 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 29

Es sei $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$. Vorgelegt sei ein lineares Gleichungssystem

$$Ax = b.$$

Wir setzen voraus, dass $\det(A) \neq 0$ gilt.

(a) Was gilt für die Lösbarkeit des LGS?

(b) Ist A invertierbar?

(c) Bilden die Spaltenvektoren eine Basis des $\mathbb{R}^n$?

(d) Welchen Rang hat A?

Wie lauten die Antworten, wenn $\det(A) = 0$ gilt?

Aufgabe 30

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & -8 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Wie lautet das charakteristische Polynom von A?

(b) Begründen Sie, warum die Nullstellen des charakteristischen Polynoms von A gerade die Eigenwerte von A sind.

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte von A mit den dazugehörigen Eigenvektoren.