Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2014
Dr. D.K. Huynh

Blatt 8

Aufgabe 31

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen diagonalisierbar sind und geben Sie gegebenenfalls die zugehörige Diagonalmatrix an. Begründen Sie Ihre Antworten.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 32

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Eine $(n \times n)$-Matrix A ist genau dann diagonalisierbar, wenn ihr charakteristisches Polynom χ_A paarweise verschiedene Nullstellen hat.

Aufgabe 33

Es bezeichne V den $\mathbb{R}$-Vektorraum der linearen Polynome, d.h.

$$V = \{p \in \mathbb{R}[X] : p = aX + b, a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Sei $\varphi : V \to V$ eine lineare Abbildung gegeben durch

$$\varphi(aX + b) = 2bX + (a + b).$$

Machen Sie sich klar, dass $(1, X)$ eine Basis von V ist und legen Sie diese als Standardbasis zu Grunde.

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte von φ und geben Sie jeweils eine Basis für die Eigenräume von φ an.

(b) Entscheiden Sie, ob φ diagonalisierbar ist.