



Blatt 2

Aufgabe 7

Es sei $a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Was ist falsch an folgenden Aussagen?

- (i) Der Ausdruck in der Klammer ist größer als 1. Somit muss ihre n -te Potenz für $n \rightarrow \infty$ gegen unendlich konvergieren.
- (ii) Der Ausdruck in der Klammer konvergiert gegen 1. Somit muss ihre n -te Potenz für $n \rightarrow \infty$ gegen 1 konvergieren.

Zeigen Sie, dass a_n monoton wachsend ist und $2 < a_n < 3$. Existiert der Grenzwert von a_n ?

Aufgabe 8

Beweisen Sie das Sandwich-Lemma: Falls $a_n \leq b_n \leq c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ gilt und $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ ist, so folgt $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$.

Aufgabe 9

Bestimmen Sie den Grenzwert der folgenden Folgen

$$(a) \quad a_n = \frac{n^2 + 2}{3n^2 - 2} \quad (b) \quad a_n = \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}.$$

Aufgabe 10

Zeigen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!} = 0.$$

Aufgabe 11

Untersuchen Sie, ob die Folge konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert von

$$a_n = \sqrt{n + \sqrt{2n}} - \sqrt{n - \sqrt{2n}}.$$

Aufgabe 12

Zeigen Sie, dass

$$a_n = \frac{2^n \cdot n^3}{n!}$$

eine Nullfolge ist.

Aufgabe 13

Bestimmen Sie den Grenzwert von

$$a_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Aufgabe 14

Zeigen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$$