Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2015
D. Huynh

Blatt 3

Aufgabe 15
Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge mit

$$|a_n - a_{n+1}| \leq 2^{-n}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie: $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist eine Cauchy-Folge.

Aufgabe 16
Die Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ seien gegeben durch

$$a_n = \frac{(3-n)^3}{3n^3-1} \text{ und } b_n = \frac{1+(-1)^n n^2}{2+3n+n^2}.$$

Prüfen Sie die Folgen auf Beschränktheit, Konvergenz bzw. Divergenz. Bestimmen Sie den Grenzwert im Falle der Konvergenz.

Aufgabe 17
Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und beweisen Sie Ihre Antwort:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n5^n}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n}-1)^n$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^{n-1}}$

(f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n+b^n}$ mit $0 < b < 1 < a$

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2015}\sqrt{n+611}}$

Aufgabe 18
Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

Aufgabe 19
Zeigen Sie für $s \in \mathbb{Q}$, dass die Reihe

$$\zeta(s) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

konvergiert für $s > 1$ und divergiert für $s \leq 1$.