



Blatt 5

Aufgabe 26

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit und beweisen Sie jeweils Ihre Aussagen:

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{falls } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{falls } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$
$$(b) \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{falls } x \neq 2 \\ A, & \text{falls } x = 2. \end{cases}$$

Aufgabe 27

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^7$. Zeigen Sie mittels ε - δ -Definition, dass f überall stetig ist.

Aufgabe 28

Die Funktion f sei stetig in $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass dann auch $|f|$ stetig in a ist. Folgern Sie hieraus: Es seien f und g stetig in a . Dann sind auch $\max\{f, g\}$ und $\min\{f, g\}$ stetig in a .

Aufgabe 29

Beweisen Sie mittels Folgenkriterium der Stetigkeit, dass die Dirichletsche Sprungfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

nirgends stetig ist.

Aufgabe 30

Beweisen Sie, dass die folgende Gleichung eine Lösung in \mathbb{R} besitzt:

$$\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 2}{x^4 + 1}} = x.$$