



Blatt 7

Aufgabe 37

Es sei (X, d) ein metrischer Raum. Zeigen Sie: Eine Teilmenge $A \subset X$ ist genau dann abgeschlossen, wenn gilt: Ist $(x_k)_{k \in \mathbb{N}} \in A$ eine Folge, die gegen ein $x \in X$ konvergiert, so liegt x schon in A .

Aufgabe 38

Sei d_1 die euklidische Metrik auf \mathbb{R} und $d_2(x, y) := |x^3 - y^3|$. Zeigen Sie, dass die identische Abbildung von (\mathbb{R}, d_1) nach (\mathbb{R}, d_2) stetig, aber nicht gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 39

Auf $X := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sei $\{\emptyset, X, \{1\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}\}$ die Topologie und auf $Y := \{A, B\}$ sei die Topologie $\{\emptyset, Y, \{A\}\}$. Bestimmen Sie alle stetigen Abbildungen von X nach Y .

Aufgabe 40

Es seien (X, \mathcal{O}_1) und (Y, \mathcal{O}_2) topologische Räume. Zeigen Sie, dass die Abbildung $f : (X, \mathcal{O}_1) \rightarrow (Y, \mathcal{O}_2)$ genau dann stetig ist, wenn für jedes $A \subset X$ die Beziehung $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ gilt.

Aufgabe 41

Sei X ein topologischer Raum, $A \subset X$ eine Teilmenge. Zeigen Sie: Die charakteristische Funktion $\chi_A : X \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in A \\ 0, & \text{falls } x \notin A, \end{cases}$$

ist in allen Punkten $X \setminus \partial A$ stetig, in den Punkten ∂A nicht.