Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2015
D. Huynh

Blatt 1

Aufgabe 1

Vervollständigen Sie folgende Gruppentafel:

$\circ$	a	b	c	x	y	z
a					c	b
b		x	z			
c		y				
x				x		
y						
z		a			x	

Aufgabe 2

Es bezeichne D_2 die Menge der 2×2 Drehmatrizen, d.h.

$$D_2 = \left\{ \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq \theta < 2\pi \right\}.$$

Zeigen Sie, dass D_2 mit der Matrizenmultiplikation eine Gruppe bildet. Handelt es sich um eine abelsche Gruppe?

Aufgabe 3

Es seien H_1 und H_2 Untergruppen der Gruppe G. Beweisen oder widerlegen Sie: $H_1 \cap H_2$ ist eine Untergruppe von G.

Aufgabe 4

Kann es einen Gruppenhomomorphismus von $(\mathbb{Q}, +)$ nach $(\mathbb{Q}^+, \cdot)$ geben? Falls ja, geben Sie einen an. Falls nein, beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Aussage.

Aufgabe 5

Es sei G eine endliche abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass $\prod_{g \in G} g^2 = 1$.

Aufgabe 6

Es sei G eine Gruppe. Für alle $a \in G$ gelte $a^2 = 1$. Zeigen Sie, dass G abelsch ist.

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}_m$ genau dann ein Körper ist, wenn m eine Primzahl ist.