Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2016
Dr. Huynh

Blatt 1

Aufgabe 1
Bestimmen Sie den Grenzwert der folgenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$\text{(a)} \qquad a_n = \frac{n^2+2}{3n^2-2} \qquad \text{(b)} \qquad a_n = \frac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}.$$

Aufgabe 2
Zeigen Sie

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{n!} = 0.$$

Aufgabe 3
Untersuchen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$a_n = \sqrt{n+\sqrt{2n}} - \sqrt{n-\sqrt{2n}}.$$

konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$a_n = \frac{2^n \cdot n^3}{n!}$$

eine Nullfolge ist.

Aufgabe 5
Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$a_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Aufgabe 6
Zeigen Sie

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1.$$

Aufgabe 7
Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch $a_n := \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Was ist falsch an folgenden Aussagen?

(i) Der Ausdruck in der Klammer ist größer als 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen unendlich konvergieren.

(ii) Der Ausdruck in der Klammer konvergiert gegen 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen 1 konvergieren.

Zeigen Sie, dass a_n monoton wachsend ist und $2 < a_n < 3$. Existiert der Grenzwert von a_n?

Aufgabe 8
Beweisen Sie das Sandwich-Lemma: Falls $a_n \le b_n \le c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ gilt und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$ ist, so folgt $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$.