Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2016
Dr. Huynh

Blatt 3

Aufgabe 14
Sei $a \in \mathbb{R}^+$. Wir definieren eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ rekursiv durch

$$a_0 > 0 \text{ und } a_{n+1} := \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{a}{a_n}\right) \text{ für } n = 0, 1, 2 \ldots$$

Zeigen Sie, dass für beliebiges $a_0 > 0$ die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $\sqrt{a}$ konvergiert.

Aufgabe 15
Es sei $\varphi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine Bijektion und $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge. Zeigen Sie, dass $(a_{\varphi(n)})_{n\in\mathbb{N}}$ genau dann konvergiert, wenn $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

Aufgabe 16
Am Anfang eines 10m langen Gummibandes sitzt eine Schnecke. Jeden Tag kriecht sie einen Meter voran. Nachts, wenn sie ruht, dehnt ein Dämon das Band gleichmäßig so aus, dass es jedes Mal um 10m länger wird. Dämon und Schnecke seien unsterblich, das Band unbegrenzt dehnbar. Erreicht die Schnecke jemals das Ende des Bandes? Beweisen Sie Ihre Antwort.