Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2017
Dr. D. Huynh

Blatt 2

Aufgabe 7
Untersuchen Sie die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenfalls den jeweiligen Grenzwert.

$$\text{(a)} \quad \left(\frac{n^2+2}{3n^2-2}\right)_{n\in\mathbb{N}} \qquad \text{(b)} \quad \left(\frac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

$$\text{(c)} \quad \left(\sqrt{n+\sqrt{2n}}-\sqrt{n-\sqrt{2n}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Aufgabe 8
Beweisen Sie das Sandwich-Lemma: Es seien a, b, und c reellwertige Folgen mit $a_n \leq b_n \leq c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$ ist. Dann konvergiert b und es gilt $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$.

Aufgabe 9
Zeigen Sie, dass nachfolgende Folgen Nullfolgen sind.

$$\text{(a)} \quad \left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}} \qquad \text{(b)} \quad \left(\frac{2^n\cdot n^3}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Aufgabe 10
Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge a gegeben durch

$$a = \left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\right)_{n\in\mathbb{N}}.$$

Aufgabe 11
Zeigen Sie

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = 1.$$

Aufgabe 12
Es sei a eine reellwertige Folge gegeben durch $a_n := \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Was ist falsch an folgenden Aussagen?

(i) Der Ausdruck in der Klammer ist größer als 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen unendlich konvergieren.

(ii) Der Ausdruck in der Klammer konvergiert gegen 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen 1 konvergieren.

Zeigen Sie, dass a monoton wachsend ist und $2 < a_n < 3$ für alle $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ gilt. Existiert der Grenzwert von a?