



Blatt 1

Aufgabe 1

Es seien H_1, H_2 Untergruppen der Gruppe G . Zeigen Sie, dass $H_1 \cap H_2$ auch eine Untergruppe von G ist.

Aufgabe 2

Es sei $\mathbb{Z}_7 := \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Z}_7^* := \mathbb{Z}_7 \setminus \{\bar{0}\}$. Mit $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ bezeichnen wir die multiplikative Gruppe der Restklassen bezüglich der Division durch 7.

- (a) Geben Sie für jedes Element das inverse Element an.
- (b) Zeigen Sie, dass das Inverse zu einem Element einer Gruppe eindeutig ist.
- (c) Ist die Gruppe $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ abelsch? Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 3

Beweisen Sie unter Benutzung der Restklassenarithmetik: Eine Zahl ist genau dann durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

Aufgabe 4

Beweisen Sie: Wir erhalten alle Lösungen eines inhomogenen linearen Gleichungssystems, indem wir zu einer speziellen Lösung dieses Systems alle Lösungen des zugehörigen homogenen System addieren.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems gegeben durch

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 22 \\ 6 & 7 & 8 & 40 \end{array} \right).$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Aussage in Aufgabe 4.