Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2018
Dr. D. Huynh

Blatt 1

Aufgabe 1
Zeigen Sie (ohne Benutzung der Grenzwertsätze)

(a) Für $q \in \mathbb{R}$ und der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := q$ gilt $\lim_{n\to\infty} a_n = q$.

(b) Für die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n := \frac{n}{n+1}$ gilt $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$.

Aufgabe 2
Zeigen Sie
$$\forall n \in \mathbb{N}_{\geq 4} : n^2 \leq 2^n.$$

Aufgabe 3
Beweisen Sie die Dreiecksungleichung:
$$\forall a, b \in \mathbb{R} : |a+b| \leq |a| + |b|.$$

Aufgabe 4
Untersuchen Sie die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenfalls den jeweiligen Grenzwert.

(a) $$\left(\frac{n^2+2}{3n^2-2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$
(b) $$\left(\frac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$
(c) $$\left(\sqrt{n+\sqrt{2n}}-\sqrt{n-\sqrt{2n}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Aufgabe 5
Beweisen Sie das Sandwich-Lemma: Es seien $(a_n), (b_n)$, und (c_n) reellwertige Folgen mit $a_n \leq b_n \leq c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ und $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n$ ist. Dann konvergiert (b_n) und es gilt $\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n$.

Aufgabe 6
Zeigen Sie, dass nachfolgende Folgen Nullfolgen sind.

(a) $$\left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$
(b) $$\left(\frac{2^n \cdot n^3}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$