Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2018
Dr. D. Huynh

Blatt 2

Aufgabe 7
Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und beweisen Sie Ihre Antwort:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n5^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n}-1)^n$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^{n-1}}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n+b^n}$ mit $0 < b < 1 < a$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2203}\sqrt{n+2018}}$

Aufgabe 8
Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

Aufgabe 9
Zeigen Sie für $s \in \mathbb{Q}$, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

konvergiert für $s > 1$ und divergiert für $s \leq 1$.

Aufgabe 10
Am Anfang eines 10m langen Gummibandes sitzt eine Schnecke. Jeden Tag kriecht sie einen Meter voran. Nachts, wenn sie ruht, dehnt ein Dämon das Band gleichmäßig so aus, dass es jedes Mal um 10m länger wird. Dämon und Schnecke seien unsterblich, das Band unbegrenzt dehnbar. Erreicht die Schnecke jemals das Ende des Bandes? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 11
Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch $a_0 := 1$ und $a_{n+1} := \frac{1}{1+a_n}$ für $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass (a_n) eine Cauchy-Folge ist und bestimmen Sie den Grenzwert von (a_n).