Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2018
Dr. D. Huynh

Blatt 5

Aufgabe 20
Geben Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ der folgenden Funktionen an und bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung

(i) $3x - x^2$ (ii) $x^2 \sin(x)$ (iii) $\dfrac{x}{1-x^2}$

(iv) $\sqrt[3]{x^4+5}$ (v) $e^2(x-\sqrt{x})^{2018}$ (vi) $\log(f(x))$

(vii) $\exp(\sin(x^2+4))$ (viii) $\dfrac{x^3+1}{2018x^{2018}}$ (ix) $\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}, x \neq 0.$

Aufgabe 21
Geben Sie eine differenzierbare Funktion $L : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ an, so dass $L' = \log$ gilt.

Aufgabe 22
Es sei $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $a \in D$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass f in $a \in D$ stetig ist.

Aufgabe 23
Bestimmen Sie für $a > 0$ die folgenden Grenzwerte

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - 1}{x}$ (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+ax)}{x}$ (iii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x)}{x^2}$

(iv) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\cos(\frac{a}{x})\right)^{x^2}$.

Aufgabe 24
Zeigen Sie: Eine differenzierbare Funktion $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist genau dann Lipschitz-stetig, wenn die erste Ableitung f' beschränkt ist.

bitte wenden

Zusatzaufgabe 4

Kreuzen Sie an, welche Aussagen wahr bzw. falsch sind. Für jede korrekte Antwort gibt es 0,5 Punkte. Für jede nicht korrekte Antwort gibt es 0,5 Punkte Abzug. Sie können nicht weniger als 0 Punkte für diese Aufgabe erhalten.

Die Folge (a_n) ist genau dann konvergent, wenn $(a_n + a_n)$ konvergiert.	☐wahr	☐falsch
Es seien (a_n) und (b_n) reelle Folgen. Falls $(a_n \cdot b_n)$ konvergiert, so konvergieren auch (a_n) und (b_n).	☐wahr	☐falsch
Es seien $f, g : D \to \mathbb{R}$ Funktionen. Falls f und $f + g$ differenzierbar sind, so ist auch g differenzierbar.	☐wahr	☐falsch
Für $s \in \mathbb{R}$ mit $s > 1$ konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$.	☐wahr	☐falsch
Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ ist stetig.	☐wahr	☐falsch
Es sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Dann ist $F(x) := \int_a^x f(t)dt$ nicht notwendigerweise stetig.	☐wahr	☐falsch