



Blatt 7

Aufgabe 28

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$(a) \frac{x^2 - x}{x^3 + x^2 - 17x + 15} \quad (b) \frac{x^2 - 2}{(x - 2)(x + 1)^3} \quad (c) \frac{2x - 1}{(x - 1)^2(x^2 + x + 1)^3}.$$

Aufgabe 29

Bestimmen Sie

(a)

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x - 3} dx$$

(b) eine Stammfunktion für

$$f : \mathbb{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x - a}$$

mit festem $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 30

Untersuchen Sie folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x)^2} dx \quad (b) \int_0^1 \frac{1}{x} dx \quad (c) \int_{-\infty}^{\infty} \sin(x) dx.$$

Aufgabe 31

Untersuchen Sie die Funktionenfolge $(f_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{F}((0, \infty), \mathbb{R})$ definiert durch

$$f_n(x) := \frac{n}{x^3} e^{-\frac{n}{2x^2}}$$

auf Konvergenz. Existieren die Integrale $\int_0^{\infty} f_n(x) dx$? Gilt

$$\int_0^{\infty} \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} f_n(x) dx \quad ?$$