



Blatt 8

Aufgabe 32

Es sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{F}((0, \infty), \mathbb{R})$ eine Funktionenfolge definiert durch

$$f_n(x) := \frac{n}{x^3} \exp\left(-\frac{n}{2x^2}\right).$$

Bestimmen Sie

$$\int_0^\infty f_n(x) dx.$$

Aufgabe 33

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} \sin((2n+1)x)$$

eine Regelfunktion ist und berechnen Sie

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

Aufgabe 34

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2018)^n}{n^n} \quad (b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} (4x-8)^n \quad (c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n} (x+3)^n.$$

Geben Sie auch alle $x \in \mathbb{R}$ an für die die Reihen konvergieren.