



Blatt 1

Aufgabe 1

Welche der folgenden Paare sind Gruppen? (Bitte Begründung angeben.)

- (a) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}, +)$ (b) (\mathbb{Q}, \cdot) (c) $(\mathbb{Q}, +)$
(d) $(V, +)$, wobei V die Menge der konvergenten Folgen in \mathbb{R} bezeichne
(e) $(\mathbb{Z}_2, +)$ (f) (\mathbb{Z}_6, \cdot) (g) (\mathbb{C}, \cdot) (h) $(\mathbb{C}, +)$

Aufgabe 2

- (a) Zeigen Sie: Ein rechts-neutrales Element einer Gruppe ist auch links-neutral.
(b) Zeigen Sie: Jedes Element einer Gruppe besitzt genau ein inverses Element.

Aufgabe 3

Es seien $1, a \in \mathbb{Z}$.

- (a) Zeigen Sie

$$(-1)^2 = 1.$$

- (b) Formulieren Sie die folgende Aussage in Prosa

$$\forall a \in \mathbb{Z} : -a = (-1) \cdot a$$

und beweisen Sie sie.

- (c) Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : a = -(-a).$$

Aufgabe 4

Beweisen Sie: Wir erhalten alle Lösungen eines inhomogenen linearen Gleichungssystems, indem wir zu einer speziellen Lösung dieses Systems alle Lösungen des zugehörigen homogenen System addieren.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems gegeben durch

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 22 \\ 6 & 7 & 8 & 40 \end{array} \right).$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Aussage in Aufgabe 4.

