Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2018
Dr. D. Huynh

Blatt 2

Aufgabe 6
Es seien H_1, H_2 Untergruppen einer Gruppe G. Zeigen oder widerlegen Sie

(a) $H_1 \cup H_2$ ist stets eine Untergruppe von G

(b) $H_1 \cap H_2$ ist stets eine Untergruppe von G.

Aufgabe 7
Es sei K ein Körper.

(a) Zeigen Sie
$$0 \neq 1.$$

(b) Zeigen Sie: K ist nullteilerfrei.

(c) Geben Sie einen Ring an, der Nullteiler hat.

Aufgabe 8
Geben Sie einen Gruppenhomomorphismus von $(\mathbb{R}, +)$ nach $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ an.

Aufgabe 9
Es sei $\varphi : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen K-Vektorräumen. Zeigen Sie

(a) $\mathrm{Im}\varphi$ ist ein Untervektorraum von W.

(b) φ ist genau dann injektiv, wenn $\ker \varphi = \{0\}$.

Aufgabe 10
Welche der folgenden Teilmengen des $\mathbb{Q}^3$ sind Untervektorräume des $\mathbb{Q}^3$?

(a) $M_1 = \{(x, y, z) | xy - z = 0\}$

(b) $M_2 = \{(x, y, z) | x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

(c) $M_3 = \{(x, y, z) | x^2 + y^4 = 0\}$

(d) $M_4 = \{(x, y, z) | x + 2y = 3z\}$?

Weisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antworten nach.