Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2018
Dr. D. Huynh

Blatt 3

Aufgabe 11

Was bedeutet der folgende Satz?

$(*)$ *Die Menge V der stetigen Funktionen von $D \subset \mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ bildet einen reellen Vektorraum.*

(a) Was ist der Nullvektor von V?

(b) Geben Sie einen weiteren Vektor $f \neq 0$ von V an. Hat f eine Richtung, Länge oder Betrag?

(c) Es seien $f, g \in V$. Was können wir dann über $f+g, f \cdot g$ und $f \circ f$ aussagen, wenn wir nur die Aussage $(*)$ verwenden dürfen?

(d) Geben Sie mindestens zwei vom Nullraum verschiedene, echte Untervektorräume von V an.

(e) Geben Sie einen Vektorraum W mit $V \subsetneq W$ an.

Aufgabe 12

Zeigen Sie, dass die Menge V aller konvergenten reellwertigen Folgen mit den Operationen

$$(x_n) + (y_n) := (x_n + y_n) \text{ mit } (x_n), (y_n) \in V$$
$$\lambda \cdot (x_n) := (\lambda \cdot x_n) \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}$$

einen reellen Vektorraum bildet. Was ist seine Dimension? Zeigen Sie, dass die Abbildung $\varphi : V \to \mathbb{R}$, die der Folge (x_n) ihren Grenzwert zuordnet, linear ist. Was ist $\ker \varphi$?

Aufgabe 13

Es seien $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ mit $v_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) Zeigen Sie, dass $\underline{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden.

(b) Sei $w = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Koeffizienten von w bezüglich $\underline{v}$.

Aufgabe 14

Kann man aus 100 beliebig gegebenen *ganzen* Zahlen stets 15 Zahlen derart auswählen, dass die Differenz zweier beliebiger dieser 15 Zahlen durch 7 teilbar ist?