Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2019

Blatt 1

Aufgabe 1

Zeigen Sie

$$\forall n \in \mathbb{N}_{\geq 4} : n^2 \leq 2^n.$$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Dreiecksungleichung:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : |a + b| \leq |a| + |b|.$$

Aufgabe 3

Untersuchen Sie die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenfalls den jeweiligen Grenzwert.

(a) $$\left(\frac{n^2+2}{3n^2-2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$ (b) $$\left(\frac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

(c) $$\left(\sqrt{n+\sqrt{2n}}-\sqrt{n-\sqrt{2n}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Aufgabe 4

Beweisen Sie das Sandwich-Lemma: Es seien $(a_n), (b_n)$, und (c_n) reellwertige Folgen mit $a_n \leq b_n \leq c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$ ist. Dann konvergiert (b_n) und es gilt $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n$.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass nachfolgende Folgen Nullfolgen sind.

(a) $$\left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$ (b) $$\left(\frac{2^n\cdot n^3}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Aufgabe 6

Untersuchen Sie, ob für die folgenden Mengen das Supremum und das Infimum existiert und geben Sie sie gegebenenfalls an (mit Beweis).

(a) $M = \mathbb{N}$ (b) $M = \mathbb{R}$ (c) $M = \left\{\frac{n}{n+1} \text{ mit } n \in \mathbb{N}\right\}$

(d) $M = \{\sin(x) \text{ mit } x \in \mathbb{R}\}$ (e) $M = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - x = 1\}$

(f) $M = \left\{\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \text{ mit } n \in \mathbb{N}\right\}$ (g) $M = \left\{\frac{n^2}{2^n} \text{ mit } n \in \mathbb{N}\right\}$.