Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2019

Blatt 3

Aufgabe 12
Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n2^{-n}$ (e) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ mit $x \in \mathbb{R}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 13
Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}).$$

Zusatzaufgabe 1

(a) Geben Sie eine reelle Folge an, die gegen $\sqrt{2}$ konvergiert.

(b) Geben Sie eine Reihe an, die gegen 5 konvergiert.

(c) Geben Sie eine Reihe an, die konvergiert, so dass keine absolute Konvergenz vorliegt.

Zusatzaufgabe 2
Kreuzen Sie an, welche Aussagen wahr bzw. falsch sind. Für jede korrekte Antwort gibt es 0,5 Punkte. Für jede nicht korrekte Antwort gibt es 0,5 Punkte Abzug. Sie können nicht weniger als 0 Punkte für diese Aufgabe erhalten.

Für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $a < c$ und $b < d$ gilt $\lvert a - b\rvert < \lvert c - d\rvert$.	☐wahr	☐falsch
Jede konvergente Folge $(a_n) \subset \mathbb{R}$ ist beschränkt.	☐wahr	☐falsch
Jede Cauchy-Folge $(a_n) \subset \mathbb{Q}$ hat einen Grenzwert in $\mathbb{Q}$.	☐wahr	☐falsch
Für jede konvergente Folge $(a_n) \subset \mathbb{R}$ mit $a_n > q \in \mathbb{R}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\lim\limits_{n\to\infty} a_n > q$.	☐wahr	☐falsch
Falls die Folge $(a_n) \subset \mathbb{R}$ eine Nullfolge ist, so konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.	☐wahr	☐falsch
Für $0 < \lvert x\rvert < 1$ hat die Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n$ den Grenzwert $\frac{1}{1-x}$.	☐wahr	☐falsch