Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 2019

Blatt 5

Aufgabe 19
Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ stetig im Sinne der ε-δ-Charakterisierung ist.

Aufgabe 20
Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ stetig, aber nicht gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 21
Zeigen Sie, dass $g : [0, \infty) \to, x \mapsto \sqrt[3]{x}$ nicht Lipschitz-stetig ist.

Aufgabe 22
Es sei $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $a \in D$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass f in $a \in D$ stetig ist.

Aufgabe 23
Zeigen Sie: Eine differenzierbare Funktion $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist genau dann Lipschitz-stetig, wenn die erste Ableitung f' beschränkt ist.
Tipp: Verwenden Sie den Mittelwertsatz.

Aufgabe 24
Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $a > 0$. Ferner sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{ax + b}$$

Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, dass die n-te Ableitung von f die folgende Form hat

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{a^n \cdot n!}{(ax + b)^{n+1}}.$$