



Blatt 1

Aufgabe 1

Welche der folgenden Paare sind Gruppen? (Bitte Begründung angeben.)

- (a) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}, +)$ (b) (\mathbb{Q}, \cdot) (c) $(\mathbb{Q}, +)$
(d) $(\mathbb{Z}_2, +)$ (e) $(\{r + s\sqrt{2} \text{ mit } r, s \in \mathbb{Q}\}, \cdot)$
(f) $(V, +)$, wobei V die Menge der konvergenten Folgen in \mathbb{R} bezeichne

Aufgabe 2

- (a) Zeigen Sie: Ein rechts-neutrales Element $e \in G$ einer Gruppe (G, \circ) ist auch links-neutral, d.h.

$$\forall g \in G : a \circ e = a \Rightarrow e \circ a = a.$$

- (b) Zeigen Sie: Jedes Element einer Gruppe besitzt genau ein inverses Element.

Aufgabe 3

Es seien $0, 1, a \in \mathbb{Z}$, wobei 0 das neutrale Element bezüglich der gewöhnlichen Addition und 1 das neutrale Element bezüglich der gewöhnlichen Multiplikation in \mathbb{Z} bezeichnen.

- (a) Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : a \cdot 0 = 0.$$

- (b) Zeigen Sie

$$(-1)^2 = 1.$$

- (c) Formulieren Sie die folgende Aussage in Prosa

$$\forall a \in \mathbb{Z} : -a = (-1) \cdot a$$

und beweisen Sie sie.

- (d) Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : a = -(-a).$$

Gelten die Aussagen, wenn \mathbb{Z} durch \mathbb{R} ersetzt wird?

Aufgabe 4

Beweisen Sie: Wir erhalten alle Lösungen eines inhomogenen linearen Gleichungssystems, indem wir zu einer speziellen Lösung dieses Systems alle Lösungen des zugehörigen homogenen System addieren.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems gegeben durch

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 22 \\ 6 & 7 & 8 & 40 \end{array} \right).$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Aussage in Aufgabe 4.

Tag	Zeit	Hörsaal
Freitag, 29. März	10:00 bis 15:00 Uhr	R512
Montag, 1. April	15:30 bis 21:00 Uhr	A701
Dienstag, 2. April	15:30 bis 21:00 Uhr	A703
Mittwoch, 3. April	9:00 bis 15:00 Uhr	A701
Donnerstag, 4. April	9:00 bis 15:00 Uhr	A704
Freitag, 5. April	9:00 bis 15:00 Uhr	R712
Samstag, 6. April	9:00 bis 15:00 Uhr	A703
Montag, 8. April	9:00 bis 15:00 Uhr	R712