Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Lineare Algebra 2019

Blatt 7

Zusatzaufgabe 2
Es sei $\varphi : V \to W$ eine lineare, surjektive Abbildung zwischen K-Vektorräumen und ferner $\{v_1, \ldots, v_n\}$ eine Basis von V. Eine der folgenden Aussagen ist immer richtig, die andere gilt nicht immer. Geben Sie für die richtige Aussage einen Beweis, für die falsche ein Gegenbeispiel.

(a) $\{\varphi(v_1), \ldots, \varphi(v_n)\}$ ist ein Erzeugendensystem von W.

(b) $\{\varphi(v_1), \ldots, \varphi(v_n)\}$ ist linear unabhängig in W.

Zusatzaufgabe 3
Sei V ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum und $x_1, \ldots, x_r, y \in V$. Ferner gelte $y \notin \langle x_1, \ldots, x_r \rangle$. Zeigen Sie: Ist $\{x_1, \ldots, x_r\}$ linear unabhängig, so auch $\{x_1 + y, \ldots, x_r + y\}$.

Zusatzaufgabe 4
Sei $n \in \mathbb{N}$ und $\tau \in S_n$. Zeigen Sie, dass $H_\tau := \{\sigma \in S_n : \sigma\tau = \tau\sigma\}$ eine Untergruppe von S_n ist.

Zusatzaufgabe 5
Sei $V = \{f \in \mathbb{R}[t] : \deg f \leq 2\}$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}[t]$. Zeigen Sie, dass es für jedes $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ genau ein $f \in V$ gibt mit

$$f(1) = a \qquad f'(0) = b \qquad f(0) = c$$

und geben Sie dieses f explizit an.