Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Repetitorium Analysis 1, WS 20/21

Blatt 1

Aufgabe 1
Zeigen Sie

(i) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ (ii) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$

Aufgabe 2
Zeigen Sie die Dreiecksungleichung

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : |a + b| \leq |a| + |b|.$$

Aufgabe 3
Zeigen Sie

$$\forall n \in \mathbb{N}_{\geq 4} : n^2 \leq 2^n.$$

Aufgabe 4
Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere sowohl gegen $a \in \mathbb{R}$ und als auch gegen $b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie $a = b$.

Aufgabe 5
Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

(i) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n^2+1)^2-n^4}{(n+\sqrt{n})^2}$

(ii) $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(n!)}{n^2}$.

Aufgabe 6
Es sei (a_n) eine Folge mit $a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Was ist falsch an den folgenden Aussagen?

(i) Der Ausdruck in der Klammer ist größer als 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen unendlich konvergieren.

(ii) Der Ausdruck in der Klammer konvergiert gegen 1. Somit muss ihre n-te Potenz für $n \to \infty$ gegen 1 konvergieren.

Zusatzaufgabe 1
Kreuzen Sie an, welche Aussagen wahr bzw. falsch sind.

Die Folge (a_n) ist genau dann konvergent,
wenn $(a_n + a_n)$ konvergiert. ☐wahr ☐falsch

Es seien (a_n) und (b_n) reelle Folgen.
Falls $(a_n \cdot b_n)$ konvergiert, so konvergieren auch (a_n) und (b_n). ☐wahr ☐falsch

Die Menge aller konvergenten Folgen in $\mathbb{R}$ zusammen
mit der Addition bildet eine abelsche Gruppe. ☐wahr ☐falsch

Die Menge aller konvergenten Folgen in $\mathbb{R}$ zusammen
mit der Addition und der Skalarmultiplikation
bildet einen $\mathbb{R}$-Vektorraum. ☐wahr ☐falsch