



Blatt 4

Aufgabe 15

Berechnen Sie

$$(a) \quad \frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{7}}{\frac{2}{3} + \frac{7}{5}} \quad (b) \quad \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{3+6}} \quad (c) \quad 0,\overline{5} + 0,\overline{9} + 0,\overline{2013}.$$

Aufgabe 16

Berechnen Sie

$$(a) \quad \sum_{k \geq 1} \frac{1}{10^k} \quad (b) \quad \sum_{k \geq 1} \frac{1 + (-1)^k}{2} \frac{1}{10^k}.$$

Aufgabe 17

Eine Unsitte ist es, die Gültigkeit folgender Identität für $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ anzunehmen:

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Beweisen Sie, dass es keine $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ gibt, die diese Gleichung erfüllen.

Aufgabe 18

Beweisen Sie

$$(a) \quad \sqrt{3} \text{ ist keine rationale Zahl} \quad (b) \quad \sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ ist keine rationale Zahl.}$$

Aufgabe 19

(Knobelaufgabe, vgl. Blatt 3, Aufgabe 11) Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Zudem seien $3n + 1$ und $4n + 1$ Quadratzahlen. Zeigen Sie, dass n durch 7 teilbar ist.