



Blatt 6

Aufgabe 24

Familie Zeppelin zahlt an der Kinokasse für zwei Erwachsene, zwei Studenten und zwei Kindern zusammen 34,40€. Familie Ellenrieder zahlt für einen Erwachsenen, einen Studenten und drei Kindern zusammen 27,20€. Schließlich zahlt Großfamilie Wessenberg für drei Erwachsene, sieben Studenten und vier Kindern zusammen 78,60€. Bestimmen Sie die Einzeleintrittspreise für Erwachsene, Studenten und Kinder.

Aufgabe 25

Für alle $n \in \mathbb{N} > 0$ existieren $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, so dass gilt

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e.$$

Stellen Sie für $n = 1, 2, 3, 4, 5$ die entsprechende Gleichung auf. Bestimmen Sie mit dem so definierten linearen Gleichungssystem die Werte von a, b, c, d und e .

Aufgabe 26

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, falls es Sinn macht, die folgende Produkte

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & AB & \text{(b)} \quad BA \quad \text{(c)} \quad CA \\ \text{(d)} & \frac{1}{3}A & \text{(e)} \quad \left(\frac{1}{3}A\right)^2 \quad \text{(f)} \quad \left(\frac{1}{3}A\right)^{2013}. \end{array}$$

Aufgabe 27

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass $A^2 \neq 0$, aber $A^3 = 0$ gilt. Geben Sie ein Beispiel für eine (4×4) -Matrix B an, so dass $B^3 \neq 0$, aber $B^4 = 0$ gilt.

Aufgabe 28

Geben Sie je ein Beispiel von zwei (2×2) -Matrizen A und B an mit $A \neq B$, so dass gilt

$$\text{(a)} \quad AB \neq BA \quad \text{(b)} \quad AB = BA.$$