



Blatt 7

Aufgabe 29

Gegeben sei

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $\det(M) \neq 0$. Ferner sei

$$L = \frac{1}{\det(M)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie LM . Was stellen Sie fest? Nutzen Sie Ihre Beobachtung, um das lineare Gleichungssystem

$$Mx = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

zu lösen.

Aufgabe 30

Beweisen Sie mit den Anordnungsaxiomen:

- (a) Aus $x, y, a \in \mathbb{R}$ mit $x < y$ und $a < 0$ folgt $ax > ay$.
- (b) Für jede reelle Zahl $x \neq 0$ gilt $x^2 > 0$.

Aufgabe 31

Folgern Sie aus der Dreiecksungleichung:

- (a) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt

$$|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|.$$

- (b) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

$$|x + y| \geq |x| - |y|.$$

Aufgabe 32

Es seien a und b nichtnegative reelle Zahlen. Wir nennen $\frac{a+b}{2}$ das arithmetische Mittel und $\sqrt{ab}$ das geometrische Mittel von a und b . Zeigen Sie, dass das geometrische Mittel stets kleiner-gleich dem arithmetischen Mittel ist, also

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

Aufgabe 33

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen

$$(a) \quad -7x \geq \frac{3(x-1)}{2} \quad (b) \quad x^2 + x - 6 \leq 0 \quad (c) \quad |x+2| < 7.$$

Aufgabe 34

Gegeben seien die folgenden Ungleichungen

$$(i) \quad x + 4y \leq 400 \quad (ii) \quad 2x + y \leq 170 \quad (iii) \quad 0 \leq x \leq 65 \quad (iv) \quad y \geq 0.$$

Skizzieren Sie alle Punkte (x, y) im $\mathbb{R}^2$, die gleichzeitig alle Ungleichungen erfüllen.