Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2013
Dr. D.K. Huynh

Blatt 8

Aufgabe 35
In Aufgabe 25 haben Sie gezeigt, dass

$$1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}$$

für $n = 1, 2, 3, 4$ und 5 gilt. Zeigen Sie nun mit vollständiger Induktion, dass diese Identität für alle $n \in \mathbb{N} > 0$ gilt, d.h. für die Summe der ersten n Kubikzahlen gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}.$$

Aufgabe 36
Die Verallgemeinerung der Aussage von Aufgabe 31 (a) lautet

$$(\forall n \in \mathbb{N}^+)(\forall a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R})(|a_1 + a_2 + \ldots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n|).$$

Beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.

Aufgabe 37
Beweisen Sie:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \left[(n \geq 9) \Rightarrow (2^n > 4n^2 + 1)\right].$$

Aufgabe 38
Beweisen Sie:

$$4^n + 15n - 1$$

ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 9 teilbar.

Aufgabe 39
Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k! \cdot k = (n+1)! - 1.$$