



## Blatt 11

### Aufgabe 51

Untersuchen Sie auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls den Wert der Reihe

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2013n - 4} \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 - 1}.$$

### Aufgabe 52

Ein Fahrradfahrer fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$  auf seinem Fahrrad vom Punkt  $A$  auf geradem Weg zum 1 km entfernten Punkt  $B$ . Als er losfährt, sitzt bei ihm eine Fliege auf der Nase, die sich daraufhin auch in Bewegung setzt. Mit der doppelten Geschwindigkeit fliegt sie ebenfalls in Richtung  $B$ . Als sie an Punkt  $B$  angekommen ist, dreht sie sofort um und fliegt wieder zurück auf die Nase des Fahrradfahrers, um dann aber direkt wieder in Richtung  $B$  zu fliegen. Dies setzt sie solange fort bis der Fahrradfahrer und sie gemeinsam an Punkt  $B$  ankommen. Welche Strecke hat die Fliege dann zurückgelegt?

### Aufgabe 53

Es seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen gegeben durch  $f(x) = x+1$  und  $g(x) = x^2$ . Wenden Sie, geeignet oft, Komposition von Funktionen und/oder algebraische Operationen auf  $f$  und  $g$  an und stellen Sie so dar:

(a) die identische Abbildung  $\text{id} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

(b) die Funktion

$$p(x) = \frac{1}{1-x}$$

für  $|x| < 1$ .

### Aufgabe 54

Die Zackenfunktion  $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$z(x) = \text{abs} \left( \text{entier} \left( x + \frac{1}{2} \right) - x \right),$$

dabei bezeichnet  $\text{abs}(x)$  den Absolutbetrag von  $x$  und  $\text{entier}(x)$  die Gauß-Klammer von  $x$ . Zeichnen Sie den Graphen von  $z$  und zeigen Sie:

(a) Für  $|x| \leq \frac{1}{2}$  gilt  $z(x) = \text{abs}(x)$ .

(b)  $z$  hat die Periode 1, d.h. es gilt  $z(x+n) = z(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{Z}$ .