



Blatt 13

Aufgabe 60

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit und beweisen Sie jeweils Ihre Aussagen:

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} x, & \text{falls } x < 0 \\ (x-1)^3, & \text{falls } x \geq 0 \end{cases} \quad (b) \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & \text{falls } x \neq 3 \\ A, & \text{falls } x = 3. \end{cases}$$

Aufgabe 61

Die Dirichletsche Sprungfunktion ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $f(x)$ nirgends stetig ist.

Aufgabe 62

Zeigen Sie, dass die nachfolgende Formel eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{x^2 + \pi} \right)^n.$$

Aufgabe 63

Zeigen Sie für $1 \leq k \leq n$, dass gilt

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

Aufgabe 64

Wie lautet der Koeffizient von $x^{18}y^5z^7$, wenn der Term

$$(x+y)^{17}(x+z)^{13}$$

ausmultipliziert wird?

Aufgabe 65

Es sei X eine Menge mit n Elementen. Ferner bezeichne $\mathcal{P}(X)$ ihre Potenzmenge – dies ist die Menge aller Teilmengen von X . Bestimmen Sie $|\mathcal{P}(X)|$.