



Blatt 14

Aufgabe 66

Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & f(x) = 3x - x^2 & \text{(b)} \quad g(x) = \frac{x}{1 - x^2} \quad \text{(c)} \quad h(x) = \sqrt[3]{x^4 + 5} \\ \text{(d)} & j(x) = \pi(x - \sqrt{x})^{2013} & \text{(e)} \quad k(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}, x \neq 0. \end{array}$$

Aufgabe 67

Es seien $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Beweisen Sie die Produktregel der Differentiation, d.h.

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

Aufgabe 68

Beweisen Sie das notwendige Kriterium für das Vorliegen eines Extremums: Die Funktion $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ habe in $x \in (a, b)$ ein lokales Extremum und sei in x differenzierbar. Dann gilt $f'(x) = 0$.

Aufgabe 69

Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar an der Stelle $a \in D$. Zeigen Sie, dass f stetig in a ist.

Aufgabe 70

Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $a > 0$. Ferner sei die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{ax + b}.$$

Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, dass die n -te Ableitung von f die folgende Form hat

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{a^n \cdot n!}{(ax + b)^{n+1}}.$$