



## Blatt 4

### Aufgabe 15

Berechnen Sie

$$(a) \quad \frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{7}}{\frac{3}{3} + \frac{5}{5}} \quad (b) \quad \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{3+6}} \quad (c) \quad 0,\overline{4} + 0,\overline{9} + 0,\overline{2015}.$$

### Aufgabe 16

Berechnen Sie

$$(a) \quad \sum_{k \geq 1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots \quad (b) \quad \sum_{k \geq 1} \frac{1 + (-1)^k}{2} \frac{1}{10^k}.$$

### Aufgabe 17\*

Eine Unsitte ist es, die Gültigkeit folgender Identität für  $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$  anzunehmen:

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}.$$

Beweisen Sie, dass es keine  $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$  gibt, die diese Gleichung erfüllen. Hinweis: Setzen Sie zunächst  $c = 1$  und zeigen Sie, dass die Gleichung für alle  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  falsch ist.

### Aufgabe 18

Es seien  $A$  und  $B$  Aussagen. Verifizieren Sie durch Wahrheitstabellen:

$$(a) \quad \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \quad (b) \quad (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

### Aufgabe 19\*

Beweisen Sie

$$(a) \quad \sqrt{3} \text{ ist keine rationale Zahl} \quad (b) \quad \sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ ist keine rationale Zahl.}$$

An welcher Stelle bricht die Argumentationskette von (a) für  $\sqrt{4}$  ?

### Aufgabe 20

Der Weihnachtsmann bewahrt die Geschenke in einem riesigen Safe auf. Dieser ist durch ein Zahlenschloss gesichert. Die Kombination besteht aus einer 10stelligen Zahl. Um diese nicht zu vergessen, wählt er eine Kombination mit den folgenden Regeln aus (so dass er sie gegebenenfalls rekonstruieren kann):

- (i) Jede Ziffer 0, 1, ..., 9 tritt genau einmal auf.
- (ii) Fasst man die ersten  $j$  Ziffern von links nach rechts als eine Zahl auf, so ist sie durch  $j$  teilbar ( $1 \leq j \leq 10$ ).

Es gibt genau eine Kombination, die diese Regeln gleichzeitig erfüllt. Wie lautet sie?

**Zur Beachtung:** \*Ihre Lösungen zu den Aufgaben 17 und/oder 19 können Sie heute Ihrem Tutor zur Korrektur mitgeben. Falls Sie einen Scanner haben, so können Sie sie auch später per E-Mail an Ihren Tutor schicken. Sie erhalten dann eine Rückmeldung zu Ihren Lösungen.