Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2015
Dr. D.K. Huynh

Blatt 5

Aufgabe 21

Der *Goldene Schnitt* ist ein bestimmtes Teilungsverhältnis einer Strecke, das als besonders ästhetisch empfunden wird. Dabei verhält sich die gesamte Strecke mit Länge $a + b$ zur längeren Teilstrecke mit Länge a wie die Teilstrecke mit Länge a zur kürzeren Teilstrecke mit Länge b. Dieses Verhältnis

$$\Phi := \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

wird als Goldener Schnitt bezeichnet. Bestimmen Sie den Goldenen Schnitt Φ.

Aufgabe 22

Gegeben sei das Polynom p mit

$$p(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24.$$

Begründen Sie, warum rationale Nullstellen von p ganzzahlig sein müssen. Bestimmen Sie die Nullstellen von p und geben Sie seine Linearfaktorzerlegung an.

Aufgabe 23

Wir betrachten die Gleichung

$$x^3 - 6x^2 + 7x - 6 = 0. \tag{$*$}$$

(a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $(*)$ keine rationale Lösung x haben kann.

(b) Vor rund 500 Jahren entdeckte *del Ferro* eine analytische Lösungsformel für kubische Gleichungen der „reduzierten" Form

$$x^3 + ax + b = 0. \tag{$**$}$$

Setzen wir

$$D := \left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2,$$

so erhalten wir für $D > 0$ nach del Ferro als einzige reelle Lösung

$$x = \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{D}}.$$

Benutzen Sie diese Lösungsformel, um alle reellen Lösungen von $(*)$ zu bestimmen. Hinweis: Führen Sie eine geeignete Variablensubstitution durch, um $(*)$ auf $(**)$ zu überführen.

Aufgabe 24
Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, so dass gilt

$$x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x = \sqrt{6}.$$

Benutzen Sie hierzu quadratische Ergänzung und vereinfachen Sie Ihre Lösung unter Ausnutzung der Identität

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2\sqrt{6} + 5}.$$

Die Übungsblätter, das Skript, Raumbelegungen und laufende Informationen zum Vorkurs finden Sie auf `http://tinyurl.com/mathevorkurs2015`