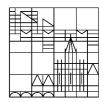
Universität Konstanz Fachbereich Mathematik und Statistik Vorkurs Mathematik 2015 Dr. D.K. Huynh



#### Blatt 8

### Aufgabe 35\*

In Aufgabe 26 haben Sie gezeigt, dass

$$1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}$$

für n=1,2,3,4 und 5 gilt. Zeigen Sie nun mit vollständiger Induktion, dass diese Identität für alle  $n \in \mathbb{N} > 0$  gilt, d.h. für die Summe der ersten n Kubikzahlen gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}.$$

# Aufgabe 36

Die Verallgemeinerung der Aussage von Aufgabe 31 (a) lautet

$$(\forall n \in \mathbb{N}^+)(\forall a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R})(|a_1 + a_2 + \dots + a_n| \le |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|).$$

Beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.

# Aufgabe 37\*

Beweisen Sie:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \left[ (n \ge 9) \Rightarrow (2^n > 4n^2 + 1) \right].$$

### Aufgabe 38

Beweisen Sie:

$$4^n + 15n - 1$$

ist für alle  $n \in \mathbb{N}$  durch 9 teilbar.

### Aufgabe 39

Zeigen Sie, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k! \cdot k = (n+1)! - 1.$$

Zur Beachtung: \*Ihre Lösungen zu den Aufgaben 35 und/oder 37 können Sie heute Ihrem Tutor zur Korrektur mitgeben. Sie können sie auch später per E-Mail an Ihren Tutor schicken. Sie erhalten dann eine Rückmeldung zu Ihren Lösungen.

Die Übungsblätter, das Skript, Raumbelegungen und laufende Informationen zum Vorkurs finden Sie auf http://tinyurl.com/mathevorkurs2015