

Wiederholung Vorlesungen 1 bis 8

Aufgabe 1

- (a) Sind die im Folgenden gegebenen Ausdrücke als Folge interpretierbar? Wenn ja, wie?
- (i) $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$,
 - (ii) $\dots - 5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$,
 - (iii) $3, 10, \pi, 42, \frac{1}{7}, 10, 12, 14, 16, 18, \dots$
- (b) Gegeben sei eine Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ mit den Anfangswerten $0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots$. Geben Sie eine explizite Darstellung für (a_n) an.
- (c) Eine Folge sei definiert über die Darstellung $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ mit $a_1 = 0$ und $a_2 = 1$. Geben Sie die ersten 10 Folgenglieder an.

Aufgabe 2

Zeigen Sie

- (a) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$
- (b) $\sum_{k=1}^n (\lambda \cdot a_k) = \lambda \cdot \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)$, wobei $\lambda \in \mathbb{R}$ und
- (c) berechnen Sie $\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=2}^m (2j + \frac{1}{2}i) \right)$.

Aufgabe 3

Prüfen Sie, ob \mathbb{Z}_6 ein Körper ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: Zerlegt man eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ in zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$ derart, dass b die letzten beiden Ziffern von n darstellt und a die vorderen Ziffern von n , dann gilt:

$$7|n \Leftrightarrow 7|(2a + b).$$

Aufgabe 5

Es sei

$$\frac{k^2 + k - 2kn + 2n}{2k^2n + 2kn} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k + \beta} + \frac{C}{\gamma n}.$$

Finden Sie Konstanten A, B, C, β und γ , die die obige Gleichung erfüllen.

Aufgabe 6

Zeigen Sie: Man kann jeden glatten Betrag größer als 7 so mit Geldscheinen im Wert von 3 und 5 bezahlen, dass man kein Wechselgeld erhält.

Aufgabe 7

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ -i & 2 \end{pmatrix}, \quad C = (-1, 1, 0, 2), \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Ausdrücke: AB, BA, AC, AD, CD, DC .

Aufgabe 8

Anne, Béatrice und Charlotte stellen eines Tages fest, dass sie alle drei die gleichen Jeans tragen. Welche spezifischen Merkmale weist diese Hose auf, wenn man weiß, dass in ihren jeweiligen Kleiderschränken Anne eine enge Jeans mit Taschen und eine verwaschene ohne Taschen hat, Béatrice eine Jeans ohne Taschen und eine enge verwaschene mit Taschen besitzt und Charlotte schließlich eine Jeans mit weiten Beinen und eine dunkle, enge Jeans mit Taschen hat?