

Aufgabe 2.1

Notieren Sie folgende Aussagen mit der Beispiel- bzw. der Gleichheit-Zuordnung jeweils in Präfix- und Infix-Schreibweise.

1. Falsch ist ein Wahrheitswert.
2. Wahrheitswert ist ein Begriff.
3. Die Aussage, dass wahr und falsch gleich sind, ist ein Wahrheitswert.
4. Die Aussage, dass wahr und falsch gleich sind, ist gleich dem Objekt falsch. Insgesamt ist diese Aussage ein Wahrheitswert.

Aufgabe 2.2

Schreiben Sie folgende Aussagen in umgangssprachlicher Form:

1. X : topologischerRaum
2. $(X$: topologischerRaum) : Wahrheitswert
3. Ableitung(sin) = cos
4. Rand(A) : Teilmenge(A)
5. ((falsch = wahr) = falsch) = wahr

Aufgabe 2.3

Wir betrachten ein mathematisches Modell, in dem man Aussagen der Form *Peter lügt* oder *Monika behauptet, dass Peter lügt* treffen kann.

Dazu nehmen wir an, dass es einen Begriff *Person* gibt und eine Zuordnung, die jeder Person P einen Wahrheitswert zuweist (also eine Aussageform), den wir mit P *lügt* bezeichnen (hierbei handelt es sich um eine sogenannte Postfix-Schreibweise des Ergebnisses, da die Zuordnungsbezeichnung *hinter* dem Argument steht). Eine weitere Aussageform soll jedem Paar bestehend aus einer Person und einem Wahrheitswert A einen Wahrheitswert zuweisen, den wir mit P *behauptet* A bezeichnen.

Notieren Sie folgende umgangssprachlichen Aussagen mit den beiden Aussageformen. Achten Sie dabei auf korrekte Klammerung, wenn die Zuordnungen verschachtelt auftreten.

1. Monika ist eine Person.
2. Monika behauptet, dass Peter lügt.
3. Peter behauptet etwas Wahres.
4. Monika behauptet, dass Peter etwas Falsches behauptet.
5. Peter behauptet, dass Monika behauptet, dass er lügt.

Welche Konsequenz hat in diesem Modell, dass eine Zuordnung F jedem Argument x genau einen Wert $F(x)$ zuordnet?

Aufgabe 2.4

Als Zeichen für das Ergebnis der entweder-oder-Verknüpfung zweier Aussagen A, B benutzen wir $A \oplus B$. Geben Sie die zugehörige Wahrheitstabelle an.

Aufgabe 2.5

Um nachzuweisen, dass folgende Verknüpfungen gelten, gehen Sie jeweils von einer geltenden Aussage aus (wie etwa dem elementarsten Axiom wahr) und geben Sie dann die geltenden Gleichheitsaussagen an, mit denen Sie durch geschickte Ersetzung zur gewünschten Verknüpfung gelangen. Halten Sie sich bei Ihrem Beweis an die Vorlesung.

1. \neg falsch
2. $\neg\neg$ wahr
3. $\neg\neg\neg$ falsch
4. $(\neg \text{wahr}) \vee \neg(\text{falsch} \wedge \text{wahr})$
5. $\neg(\text{wahr} \wedge (\text{falsch} \wedge \text{wahr}))$

Aufgabe 2.6

Als Fortführung von Aufgabe 2.3 bilden Sie folgende Aussagen in mathematischer Notation.

1. Monika und Peter sind Personen
2. Monika behauptet, dass sie nicht lügt.
3. Carmen behauptet, dass Alice und Bob lügen.
4. Peter lügt, oder er behauptet, dass er nicht lügt.