

Aufgabe 4.20

Beweisen Sie die Sätze zur Charakterisierung der Definitions- und Bildelemente

$$\forall F, x \text{ mit } F :: \text{Funktion} \text{ gilt } (x \in \text{Def}(F)) \Leftrightarrow (x : \text{Argument}(F));$$

$$\forall F, y \text{ mit } F :: \text{Funktion} \text{ gilt}$$

$$(y \in \text{Bild}(F)) \Leftrightarrow \exists x \text{ mit } x : \text{Argument}(F); y = F(x) \quad \square;$$

Aufgabe 4.21

Zeigen Sie

$$\forall F, x \text{ mit } F :: \text{Zuordnung}; x : \text{Argument}(F) \text{ gilt } F(x) :: \text{Ergebnis}(F);$$

sowie im Fall von Funktionen

$$\forall F, x \text{ mit } F : \text{Funktion}; x \in \text{Def}(F) \text{ gilt } F(x) \in \text{Bild}(F);$$

Aufgabe 4.22

Wir definieren die Identitätszuordnung

$$\text{id}(A \text{ mit } A : \text{Menge}) := (x \text{ mit } x \in A) \mapsto x;$$

und schreiben kurz id_A statt $\text{id}(A)$. Zeigen Sie den Satz

$$\forall A \text{ mit } A : \text{Menge} \text{ gilt } \text{id}_A : \text{Funktion};$$

Aufgabe 4.23

Sei A eine Menge. Ist dann $\mathcal{F}(A, \emptyset) = \emptyset$? Formulieren und beweisen Sie ihre Hypothese.