

Aufgabe 5.1

Zeigen Sie:

$$\forall X, a \text{ mit } X : \text{Gruppe}; (G, \text{op}, e, \text{inv}) := X; a \in G \text{ gilt } a * e = a;$$

Aufgabe 5.2

Definieren Sie den Begriff Gruppenelement(X), dessen Beispiele gerade die Elemente der Menge aus X sind. Definieren Sie dann den Begriff inversesElementZu(a, X) für eine Gruppe X und ein zugehöriges Gruppenelement a und zeigen Sie:

$$\forall a, X \text{ mit } X : \text{Gruppe}; a : \text{Gruppenelement}(X) \text{ gilt } \exists! \text{inversesElement}(a, X);$$

Aufgabe 5.3

Zeigen Sie für eine beliebige Gruppe $(G, \text{op}, e, \text{inv})$ die Rechenregeln $e * e = e$, $e^{-1} = e$. Außerdem sind die Regeln $(a^{-1})^{-1} = a$ und $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$ für beliebige Gruppenelemente a, b zu zeigen.

Aufgabe 5.4

Zeigen Sie:

$$\forall X, a, b \text{ mit } X : \text{Ring}; (R, \text{plus}, 0, \text{inv}, \text{mal}) := X; a, b \in R \text{ gilt } (-a) \cdot b = -(a \cdot b);$$