



Blatt 2

Aufgabe 5. Zeigen Sie, dass

$$1 < 2$$

gilt.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten, indem Sie einen Beweis wie in den Beispielen der Vorlesung angeben.

- (i) $\forall a \in \mathbb{Z} : 1|a$
- (ii) $\forall a \in \mathbb{Z} : a|a$
- (iii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : a|(a \cdot b)$

Aufgabe 7. Formulieren Sie die folgenden Bruchrechenregeln als für-alles-Aussagen:

- (i) Gemeinsame Faktoren in Zähler und Nenner können gekürzt werden.
- (ii) Zähler und Nenner können mit der gleichen Zahl erweitert werden, ohne den Wert des Bruchs zu ändern.
- (iii) Division durch einen Bruch entspricht Multiplikation mit dem Kehrbuch.
- (iv) Division durch 1 ändert den Wert einer Zahl nicht.

Aufgabe 8. Geben Sie mit Hilfe des Distributivgesetzes und anderer Rechengesetze der natürlichen Zahlen ein Verfahren an mit dem wir ein beliebiges Produkt aus dem Großen Einmaleins über das Kleine Einmaleins berechnen können.

Aufgabe 9. Beweisen Sie durch sorgfältige Anwendung der Rechenaxiome die folgenden Regeln

- (i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x - y) \in \mathbb{Z}$
- (ii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 0 = x$
- (iii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x \cdot 1 = x$
- (iv) $\forall x \in \mathbb{Z} : 0 - x = -x$
- (v) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : \forall z \in \mathbb{Z} : (x + y) - z = x + (y - z)$

Aufgabe 10. Beweisen Sie durch sorgfältige Anwendung der Rechenaxiome die binomischen Formeln. Wir benutzen hier $a + b + c$ als Abkürzung für $(a + b) + c$, $a - b + c$ als Abkürzung für $(a - b) + c$ und $a \cdot b \cdot c$ als Abkürzung für $(a \cdot b) \cdot c$.

- (i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$
- (ii) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$