



## Blatt 14

**Aufgabe 64.** Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen surjektiv sind. Beweisen Sie jeweils die Richtigkeit Ihrer Antworten.

(i)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto 3n + 2$

(ii)  $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \begin{cases} x, & \text{falls } x < 0 \\ x - 1, & \text{falls } x \geq 0. \end{cases}$

**Aufgabe 65.** Es sei  $f : X \rightarrow Y$ . Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent zueinander? Begründen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort.

(i)  $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (f(x_1) = f(x_2)) \Rightarrow (x_1 = x_2)$

(ii)  $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 = x_2) \Rightarrow (f(x_1) = f(x_2))$

(iii)  $\neg[\exists x_1 \in \text{Def}(f) : \exists x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 \neq x_2) \wedge (f(x_1) = f(x_2))]$

(iv)  $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 \neq x_2) \Rightarrow (f(x_1) \neq f(x_2))$

**Aufgabe 66.** Es seien  $f : A \rightarrow B$  und  $g : B \rightarrow C$  Funktionen. Zeigen Sie

$$(g \circ f \text{ ist injektiv}) \Rightarrow (f \text{ ist injektiv}).$$

**Aufgabe 67.** Es seien  $f : A \rightarrow B$  und  $g : B \rightarrow C$  Funktionen. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen im allgemeinen **falsch** sind, indem Sie jeweils ein Gegenbeispiel angeben:

(i)  $(g \circ f \text{ ist injektiv}) \Rightarrow (g \text{ ist injektiv})$

(ii)  $(g \circ f \text{ ist surjektiv}) \Rightarrow (f \text{ ist surjektiv})$

**Aufgabe 68.** Es sei  $f : X \rightarrow Y$  eine Funktion und  $B \in \mathcal{P}(Y)$ . Zeigen Sie:  $f$  ist genau dann surjektiv auf  $B$ , wenn

$$\forall y \in B : \exists x \in \text{Def}(f) : y = f(x).$$