



## Blatt 1

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten, indem Sie das Vorgehen aus dem entsprechenden Abschnitt der Vorlesung wiederholen.

(i)  $14|98$

(ii)  $\exists x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : \exists z \in \mathbb{Z} : x^2 + y^2 = z^2$

**Aufgabe 2.** Formulieren Sie folgende umgangssprachlichen Aussagen als mathematische Existenzaussagen und beweisen Sie deren Gültigkeit:

(i) Es gibt eine Zahl, deren Quadrat gleich 4 ist.

(ii) Es gibt eine Quadratzahl von der Form  $3 \cdot n + 1$  mit einer natürlichen Zahl  $n$ .

**Aufgabe 3.** Die Namen von Platzhaltern in Existenzaussagen sind willkürlich und können ausgetauscht werden, ohne den Sinn der Aussage zu verändern. Führen Sie in der Existenzaussage

$$\exists a \in \mathbb{N} : \exists b \in \mathbb{N} : \exists c \in \mathbb{N} : a^2 + b^2 = c^2$$

folgende Namensersetzungen durch

(i)  $a \rightarrow u, b \rightarrow v, c \rightarrow w$

(ii)  $a \rightarrow c, b \rightarrow a, c \rightarrow b$

**Aufgabe 4.** Welche der folgenden Existenzaussagen können allein durch Namensänderung in die gleiche Form gebracht werden?

(i)  $\exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : u + v = v + w$

(ii)  $\exists v \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : u + v = v + w$

(iii)  $\exists v \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : u + v = w + v$

(iv)  $\exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : v + u = u + w$

(v)  $\exists v \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : u + w = w + v$

(vi)  $\exists w \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : w + u = u + v$

(vii)  $\exists w \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : u + w = w + v$

(viii)  $\exists w \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : u + v = v + w$

(ix)  $\exists w \in \mathbb{Z} : \exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : w + u = u + v$

(x)  $\exists u \in \mathbb{Z} : \exists v \in \mathbb{Z} : \exists w \in \mathbb{Z} : v + u = w + u$