



Blatt 4

Aufgabe 14. Zeigen Sie, dass die folgende Aussage gilt

$$\forall n \in \mathbb{Z} : (2|n) \Rightarrow (2|n^2).$$

Aufgabe 15. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{N} : \forall b \in \mathbb{N} : a < b \Rightarrow a^2 < b^2.$$

Aufgabe 16. Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\forall x \in \mathbb{Z} : (x > 0) \Rightarrow (x \in \mathbb{N}).$$

Aufgabe 17. Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{Z} : (x > 0) \Rightarrow (-x < 0).$$

Aufgabe 18. Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall n \in \mathbb{N} : (a < b) \Rightarrow ((n \cdot a) < (n \cdot b)).$$

Aufgabe 19. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : ((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c).$$

Aufgabe 20. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : ((a|b) \wedge (a|c)) \Rightarrow (a|(xb + yc)).$$

Aufgabe 21. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : ((a > 0) \wedge (b > 0)) \Rightarrow (a + b) > 0.$$

Aufgabe 22. Zeigen Sie

$$\exists n \in \mathbb{N} : \exists k \in \mathbb{N} : \exists \ell \in \mathbb{N} : ((3n + 1 = k^2) \wedge (4n + 1 = \ell^2)).$$