



## Blatt 6

**Aufgabe 27.** Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die genau zwei Teiler hat. Zwei Primzahlen  $p$  und  $q$  bilden ein *Primzahlzwillings*, wenn ihre Differenz genau 2 beträgt. So sind etwa  $(3, 5)$  und  $(11, 13)$  Beispiele für Primzahlzwillings. Es ist nicht bekannt, wie viele Primzahlzwillings es gibt. Drei Primzahlen  $p, q$  und  $r$  bilden ein *Primzahltrilling*, wenn der Abstand zwischen  $p$  und  $q$  bzw. der Abstand zwischen  $q$  und  $r$  genau 2 beträgt. Zeigen Sie, dass nur  $(3, 5, 7)$  ein Primzahltrilling bilden (d.h. es gibt keine weiteren Primzahltrillings).

**Aufgabe 28.** Geben Sie eine Beweisschablone für folgende Nutzungsregel an: Um nachzuweisen, dass eine Aussage  $(A \vee B) \vee C$  eine weitere Aussage  $D$  impliziert, zeigen wir  $(A \Rightarrow D)$ ,  $(B \Rightarrow D)$  und  $(C \Rightarrow D)$ .

**Aufgabe 29.** Geben Sie eine Beweisschablone dafür an, dass die  $\vee$ -Verknüpfung assoziativ ist, d.h. für Aussagen  $A, B$  und  $C$  gilt

$$((A \vee B) \vee C) \Leftrightarrow (A \vee (B \vee C)).$$

**Aufgabe 30.** Geben Sie eine Beweisschablone dafür an, dass die  $\wedge$ -Verknüpfung assoziativ ist, d.h. für Aussagen  $A, B$  und  $C$  gilt

$$((A \wedge B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C)).$$

**Aufgabe 31.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : (a \leq b) \Leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{N}_0 : a + n = b).$$