



Blatt 14

Aufgabe 65. Geben Sie die Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an:

- (i) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x - 5$
- (ii) $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}_0, x \mapsto x - 5$
- (iii) $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto |\{y \in \mathbb{Z} : 0 \leq y < x^2\}|$.

Aufgabe 66. (i) Entscheiden Sie, ob $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto 3n + 2$ surjektiv auf \mathbb{N} ist.

- (ii) Entscheiden Sie, ob $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \begin{cases} x, & \text{falls } x < 0 \\ x - 1, & \text{falls } x \geq 0. \end{cases}$ surjektiv auf \mathbb{Z} ist.

Aufgabe 67. Es sei $f : X \rightarrow Y$. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent zueinander? Begründen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort.

- (i) $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (f(x_1) = f(x_2)) \Rightarrow (x_1 = x_2)$
- (ii) $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 = x_2) \Rightarrow (f(x_1) = f(x_2))$
- (iii) $\neg[\exists x_1 \in \text{Def}(f) : \exists x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 \neq x_2) \wedge (f(x_1) = f(x_2))]$
- (iv) $\forall x_1 \in \text{Def}(f) : \forall x_2 \in \text{Def}(f) : (x_1 \neq x_2) \Rightarrow (f(x_1) \neq f(x_2))$

Aufgabe 68. Es seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ Funktionen. Zeigen Sie

$$(g \circ f \text{ ist injektiv}) \Rightarrow (f \text{ ist injektiv}).$$

Aufgabe 69. Es seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ Funktionen. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen im allgemeinen **falsch** sind, indem Sie jeweils ein Gegenbeispiel angeben:

- (i) $(g \circ f \text{ ist injektiv}) \Rightarrow (g \text{ ist injektiv})$
- (ii) $(g \circ f \text{ ist surjektiv}) \Rightarrow (f \text{ ist surjektiv})$

Aufgabe 70. Es sei $f : X \rightarrow Y$ eine Funktion und $B \in \mathcal{P}(Y)$. Zeigen Sie: f ist genau dann surjektiv auf B , wenn

$$\forall y \in B : \exists x \in \text{Def}(f) : y = f(x).$$