Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2018

Blatt 15

Aufgabe 71. Zeigen Sie mit dem Beweisprinzip der vollständigen Induktion

(i) $\forall n \in \mathbb{N} : 7|(8^n - 1)$

(ii) $\forall n \in \mathbb{N} : 6|(2n^3 + 3n^2 + n)$

(iii) $\forall n \in \mathbb{N} : 19|(5 \cdot 2^{3n-2} + 3^{3n-1})$

Sie können hier die in Aufgabe 20 (Blatt 4) bewiesene Aussage

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (a|b) \wedge (a|c) \Rightarrow a|(xb + yc)$$

verwenden.

Aufgabe 72. Zeigen Sie mit dem Beweisprinzip der vollständigen Induktion

$$\forall x \in \mathbb{Z} : \forall n \in \mathbb{N} : (x \geq -1) \Rightarrow [(1 + x)^n \geq (1 + nx)].$$

Aufgabe 73. Zeigen Sie mit dem Beweisprinzip der vollständigen Induktion

$$\forall n \in \mathbb{N} : (n \geq 10) \Rightarrow (2^n > n^3).$$

Aufgabe 74. Zeigen Sie mit dem Beweisprinzip der vollständigen Induktion

$$\forall a \in \mathbb{N} : \forall b \in \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} : \left(\frac{a + b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}.$$

Hierbei dürfen Sie die bekannten Schulrechenregeln für Brüche benutzen.