Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2019

Blatt 2

Aufgabe 5. Zeigen Sie, dass

$$1 < 2$$

gilt.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten, indem Sie einen Beweis wie in den Beispielen der Vorlesung angeben.

(i) $\forall a \in \mathbb{Z} : 1|a$

(ii) $\forall a \in \mathbb{Z} : a|a$

(iii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : a|(a \cdot b)$

Aufgabe 7. Formulieren Sie die folgenden Bruchrechenregeln als für-alle-Aussagen:

(i) Gemeinsame Faktoren in Zähler und Nenner können gekürzt werden.

(ii) Zähler und Nenner können mit der gleichen Zahl erweitert werden, ohne den Wert des Bruchs zu ändern.

(iii) Division durch einen Bruch entspricht Multiplikation mit dem Kehrbruch.

(iv) Division durch 1 ändert den Wert einer Zahl nicht.

Aufgabe 8. Beweisen Sie durch sorgfältige Anwendung der Rechenaxiome die folgenden Regeln

(i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x - y) \in \mathbb{Z}$

(ii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 0 = x$

(iii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x \cdot 1 = x$

(iv) $\forall x \in \mathbb{Z} : 0 - x = -x$

(v) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : \forall z \in \mathbb{Z} : x + (y - z) = (x + y) - z$

Aufgabe 9. Beweisen Sie durch sorgfältige Anwendung der Rechenaxiome die binomischen Formeln. Wir benutzen hier $a+b+c$ als Abkürzung für $(a+b)+c$, $a-b+c$ als Abkürzung für $(a-b)+c$ und $a \cdot b \cdot c$ als Abkürzung für $(a \cdot b) \cdot c$.

(i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$

(ii) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$

Aufgabe 10. Geben Sie mit Hilfe des Distributivgesetzes und anderer Rechengesetze der natürlichen Zahlen ein Verfahren an mit dem wir ein beliebiges Produkt von zwei zweistelligen Zahlen aus dem großen Einmaleins über das kleine Einmaleins berechnen können. (Das große Einmaleins ist die Zusammenstellung aller Produkte, die sich als Kombination zweier natürlicher Zahlen von 1 bis 20 ergeben.)